

# 数学文化与数学教育

## ——访张奠宙教授

一个阳光明媚的下午，笔者与叶中豪先生拜访了数学教育家、华东师范大学数学系教授张奠宙先生。茶香、书香四溢，不久我们就切入了正题。

张奠宙（以下简记为“张”）：近来我十分关注数学文化，一直在思索如何营造优秀的数学文化。

数学文化的形成需要相当长的过程。我国现代数学起步于 20 世纪初，到 2002 年有实力举办国际数学家大会，经历了近 100 年。

数学文化离不开社会文化的滋养。举一个例子，20 世纪 30、40 年代，中国的北京天津，传统文化的底蕴深厚，出了很多好的数学家；在南方的杭州、温州，受西方文化的影响，也出了不少好的数学家。但商业文化最发达的上海，却并未孕育出多少数学家。

沙国祥（以下简称“沙”）：西方文化中的数学，具有明显的理性特点。

张：这是古希腊的“奴隶主”民主的产物。由于奴隶主之间彼此平等，所以需要“证明”和说服。于是，“对顶角相等”虽然看起来十分显然，但仍然用“等量减等量，其差相等”的公理加以证明。中国古代有灿烂的数学成就。主要典籍是《九章算术》。那是数学家向君王提出如何丈量田亩、征取税金、摊派徭役、计算土方”等实用数学问题的总结。在这样的君臣不对等的政治环境下，“对顶角相

等”是没有用的。所以说古希腊和古代中国政治文化决定了两种数学文化的走向。

沙：现在的义务教育数学课程标准中，对几何证明的要求降低了。

张：不同的人学习不同的数学。对多数学生，关于证明的要求不必过高，但对优秀学生，这方面应当加强。项武义教授指出，中国数学教育要强调整理性精神。

沙：公理化重要吗？

张：公理化思想重要，但不是数学的核心。1970年前后许多西方发达国家的“新数学”运动，将活生生的数学等同于逻辑、公理体系，结果失败了。不能认为数学就是逻辑。那是把光彩照人的数学女王，在X光照射下变成了干巴巴的骷髅。数学还是要依靠猜想和想象，逻辑只是保持数学健康的卫生规则（大数学家H Weyl语）而已。

沙：有时，人们将猜想、探索过程看得太简单，如由 $2^2-1^2=3$ ， $3^2-2^2=5$ ， $4^2-3^2=7$ ，……猜想一般的规律。

张：我指的是创造性的想象。例如由一次方程到二次方程的求解，自然会问三次、四次方程如何；五次方程是否有根式解，超越方程、微分方程…，每一次扩展都是全新的数学视野，需要新的概念和架构。

沙：怎样使数学变得有血有肉？

张：应该直面原初的现象或数学问题，从中引出数学的思想方法。如概率论起源于对赌金期望值的研究；控制论的产生，与实战中对火

炮控制的需要有关，并且得益于神经系统反馈机制的启示；信息论肇始于通信技术中有效信息的研究，在研究过程中香农发现信息与概率有着密切的联系。晚近的小波分析，混沌理论，分形数学，金融数学技术等等，都起源于实际问题。黎曼猜想、歌德巴赫猜想等也是原始问题。

沙：钱学森认为，数学不是个别人的技巧，而是一种眼光、一种看法。例如，比赛评分中去掉一个最高分、最低分，可以用统计的眼光去看。我们再谈谈数学教育改革。教育上的事情也许“新”的不一定都好。

张：教育是文化现象的一部分。外国的东西不宜照搬。我国有科举考试文化，严谨的考据文化，熟能生巧的教育文化，善于计算的数学文化等等。我国数学教育有自己的优势，如重视数学“双基”，注重“启发式教学”、“变式教学”。这些传统需要继承，也需要更新。不能妄自菲薄，也不可故步自封。如果说计划经济时代的思想，必须转变到“社会主义市场经济”的轨道上来，而在教育上，似乎无须“转变”观念，学习国内外的先进经验，提高认识也就够了。因为原来的教育并不是错误的教育。

沙：的确，各国的数学文化、数学教育往往有自己的特点。

张：应倡导多元的民主的文化。例如俄罗斯数学教育强调基础性、理论性；而美国的数学教育更注重探索与创新，鼓励个性发展。基础与创新，是同辆车的两个轮子，不能过分强调其中一个。台湾搞数学教育改革，热衷于学生自主建构，忽视了基础，曾导致学生计算能

力大大下降，甚至连  $23 \times 5$  这样的简单乘法也不会。台湾学者说：“我们要深思熟虑的”建构“，不要盲目跟风的“贱购”！这也值得我们深思。

沙：课堂上如何体现数学文化呢？

张：数学文化往往狭义地理解为介绍历史上的数学家和数学事件。其实应当结合课程内容展开。以文学为例。对称和对联，就有共同之处。“清风”对“明月”，上联变下联，正如对称图形，变过去相互重合一样。都是变换后的不变性质。徐利治先生把“孤帆远影碧空尽”当作“极限”的意境。陈子昂诗“前不见古人，后不见来者，念天地之悠悠，独怆然而涕下”，这是一维时间和三维空间的结合“。人类的文化是相通的。

沙：我国有自己的国情。现在升学压力大，课时任务紧，怎样处理好“打基础”与“探索创新”之间的关系？

张：探索创新是复杂的过程，如果什么都退到原始去探索，既不可能，也无必要；同样，也不能什么都要求彻底理解，有些内容可以先接受，日后慢慢理解领悟。数学开放题是有利于创新的，如果能够和基础相结合<sup>1</sup>，就更好了。在打好基础之上创新，在创新指导下打基础，这是未来大家探索的方向。

沙：谢谢张教授，我们从您的谈话中受益匪浅，以后我们杂志上要多多渗透数学文化内涵。

---

<sup>1</sup> 浙江省教材中有“钟面数字问题”：将钟面上 12 个数字添上正负号，使之代数和为零。答案有 26 个。此题开放度大，但是密切结合正负数运算。做到了打基础与创新的有机结合。