

数学与生活

丘成桐

演讲时间：6月10日

地点：香港中文大学

今日很高兴和诸位谈谈我个人成长、处世和决策的经验。这些经验不一定局限在数学的研究，我希望它对年轻的学生会有帮助。

介绍

我首先描述一下我的家庭背景，这对于我的成长影响很大。我出生在一个受过良好教育但贫寒的家庭。我的父亲曾担任几所大学的教授，包括香港中文大学崇基学院。我的父亲做了很多哲学和中国历史的研究。不过，他大学时的专业是经济学，并在崇基学院讲授经济学课程。他也曾经在朋友的赞助下尝试创办银行，但以失败告终。在我14岁时父亲英年早逝。我们全家顿时陷入极大的困境。这段经历使我认识到资源对于家庭、社会乃至国家的重要性。

我们家一共有8个兄弟姊妹。父亲去世后，照顾家庭的重担落在我的母亲和姊姊身上。父亲的去世和家庭遇到的困难对年幼的我是很大的震撼。这时候，母亲和姊姊作出了对我一生至关重要的决定——让家中年幼的孩子在学校继续读书和完成学业。

但是，这也意味着母亲和姊姊要付出巨大的代价。我的舅舅曾受过我的父母的抚养和帮助，他的家境还算小康。他提出要帮助我们家从事养鸭子谋生。但他的条件是：所有的孩子必须放弃学业。母亲对我们的未来有更高的要求，拒绝了她弟弟的建议。在这非常困难的环境下，她的信念和忍耐起了决定性的作用。虽然我得到政府奖学金的资助，我在闲暇时还须靠辅导学童挣钱。生活虽然很艰难，但我却学会如何去应付这些困境，并从中取乐。我知道我必须在学业上出人头地，但对我来说这是一条不归路。我必须有所作为：为我自己和我的家人走出一条康庄大路。不成功的话，就没有前途了。

严峻的现实促使我成熟和坚强。我认识到我需要依靠自己的力量。在父亲去世前，我从未有过这种经验。父亲是家庭的领导者，他健在时我们丝毫不担心自己的未来。但现实毕竟是残酷的，再不靠自己就没有希望了。

苦难与成熟

我之所以提到这些经验，是为了说明经历过不幸之后，人们往往会变得更加成熟。在人类历史上，有许多本该拥有辉煌前程的人却最终被困苦的生活压垮，但是也有很多著名的伟人在克服困难之后取得成功的故事。

让我举一个我熟悉的例子。就是伟大的中国数学名家周炜良（1911年-1995年）。周炜良20世纪30年代在德国学习。学成归来后，开始时在中央大学任教，继而管理他的家族企业。第二次世界大战摧毁了他的财富，他决定重新回来做数学研究。他搬到普林斯顿居住，并向一位著名数学家所罗门·莱夫谢茨学习。在这段时间里，他做出了开创性的工作，代数几何学中有许多成果以他的名字命名，他大部分著作将会永载史册。

历经苦难最终导致伟大发现的过程，非常类似于打磨钻石。苦难让人成熟和进步。它教会人们如何快速作出正确的决定。在很多情况下，人们没有时间改变自己的决定，甚至没有时间犹豫或者后悔，所以做决定时往往得依靠我们的经验。翻开史册，我们发现企业或者国家的领导人如果有过艰辛的磨砺，往往能够比一般在优厚环境中长大的领导者更胜一筹。

在教育方面，我觉得让学生学会独立思考以及应对艰难情况的能力是极为重要的事情。学生应该主动学习丰富的知识，而教师应该尽量为他们创造良好的学习和咨询的环境。因此我组织每周约9小时的学生讨论班。我要求我的学生阅读一些可能与他们的论文课题并不直接相关的文章，包括一些超过他们当前学识的高深课题。

报告各自领域之外的困难文章让学生们备受挑战。但读懂了这些文章之后，他们会有质的飞跃。对某些课题甚至会比我有更好的理解。有些学生则试图欺骗和隐藏他们的无知，这些学生通常无法真正掌握推动学科进步思想的精髓。我相信我们如果不理解前人如何开创学问的蓝图，我们将会难以提出自己的创见。我相信这种经验并不局限于做学问：在社会上做事或者经营企业，假如没有亲身经历过挑战，就会缺乏经验，而难以施展才华。

困难的环境可以令人变得更加成熟。但是反过来说，长久的为生计奔波，对学者的成功却可能是有害的。毕竟，学者需要在一个稳定的环境下成长和发展，才能完成有深度的成果。我观察到历史上的伟大数学家之中，顶多百分之五的人在其整个职业生涯中都身处穷困。在历史上，我们看到一个社会，一个国家，在百战之余，都需要休养生息，才能成长。

建立目标

要成为一个大学者，我们必须建立一个宏大而有意义的长远目标。这个目标的一个非常重要的特征是要确保在我们追求它的道路上，即使遇到挑战，我们也会感到愉悦。我本人的目标就是在数学研究上有深入的贡献。我并不是一个天生的数学家，但是父亲的教导让我很敬佩那些对人类作出永恒贡献的学者。我一生都为对数学有贡献而有着无比的欢愉。

因为我来自一个贫困的家庭，我没有太多的出路。但是数学并不需要太多金钱的投入，所以是一个比较容易的选择。但更重要的是，我着迷于数学的优雅和魅力。况且伟大的数学理论可以持续数千年，至少它可以影响好几代人。

我也知道数学可以极为实用，可以解决人类社会中任何需要推理的问题，甚至华尔街的金融投资都可以利用数学的工具。我的许多朋友在各行各业都取得了巨大的成功，其中包括大名鼎鼎的吉姆·西蒙斯。

我第一次遇到吉姆·西蒙斯是在 42 年前纽约州立大学的石溪分校。我当时惊讶于他对数学研究的痴迷。他已经在几何学中做出了很重要的工作，但是对新的数学发展还是兴奋不已。不过他也说，他非常喜欢金钱。最后他辞去数学教授，到纽约华尔街去创建投资公司。他极为成功，现在已经从他的公司退休，并决定重新再从事数学研究。显然，他现在做研究并不是因为金钱。他的生活是由兴趣所主宰，他的研究依然充满力量。

在我读高中的时候，我也有过从事研究中国历史的想法，部分是由于父亲的教导，另外一方面也是因为历史是我钟爱的科目。直到现在它依然是我的一大爱好。不过，我决定研究数学，不仅是因为我对它感到兴趣，我的志向是在数学上创造历史，而不仅仅是记录或解释历史。况且由于教学的需要，以及工商业极为需要有分析思维能力的职员，数学家比历史学家更易谋生。另一方面，我毕生从未想过赚取很多金钱，但在从事数学研究时，却自得其乐。我读伟大数学家高斯或黎曼的文章时，往往兴奋莫名，而自道：大丈夫，当如是！在数学上，我能与古人神交。这应当是我选择数学为我一生专业的理由罢

数学带给我的兴趣已经远远超出我的想象。历史和数学都教会我作理性的思考。我记得第一次感受到数学的美是在初中二年级学习平面几何的时候。从简单的公理出发，可以推导出复杂有趣的定理，着实令我着迷。我听说，在古希腊时期，市民喜欢在大街上辩论。严谨的逻辑推理思维得到了发展，并被有效地应用到辩论之中。

在推理的学问里，我们需要建立一个假设，它必须来自于我们对周围环境的观察和体验。从我们所作的假设，我们可以基于逻辑推导出许多结果。我们需要的逻辑推理其实很简单。如果 A 蕴含 B 并且 B 蕴含 C，那么 A 蕴含 C。虽然这看

似简单，但是建立一个良好的假设是创建任何坚实理论的重要根基。如何寻找命题 B 和 C 更是对一个良好数学家的考验。

也许你听说过约翰·纳什关于经济学的均衡理论的著名工作。他建立了一些简单的假设并由此推导出重要的结论。由于这项工作，他获得 1994 年诺贝尔经济学奖。约翰·纳什将博弈论应用于经济学，并引入新的均衡概念，他改革了亚当·史密斯（1723 年-1790 年）的经典理论。他和其它经济学家将这些新兴的数学理论应用于经济学的研究，影响至今。

建立品味与文化

无论是从事科学研究或者经商，成功的研究所或企业应当体现出研究员或公司创始人的品味与个性。建立其内在的优雅文化是必要的。因为数学的工作都是基于严谨的逻辑推理，一台计算机就可以承担大部分推理的工作得到一些结果。然而，好的数学结果与不好的数学结果之间有着关键的区别。一台计算机可以生产出大量正确的命题，但如果没有人类思维的指引，绝大多数命题并无价值。在一般的情形下，它们无法构造可以加深我们对自然界了解的漂亮或有用的命题。计算机无法判断什么是重要或者是有趣的命题。

这带来了一个重要的问题：数学家如何发现重要而有深度的定理？

一个重要定理的证明通常由一系列复杂的推理所组成。如果我们看不清前进的方向，那么几乎不可能创造出这样的推理。

当数学家开始着手研究一个问题时，首先需要有一个好的规划。正如画家需要从画的类型来决定所采用的技术和媒介。另一方面，研究数学是一个动态的过程。很多时候，当新数据或新见解出现时，我们可能需要改变研究的规划。

众所周知，科学由许多科目组成。在探索自然的过程中，会诞生许多新的课题。有趣的是，许多新的研究课题往往来自于两个或多个古老科目的融合。非常类似于两家大公司的合并。如果我们了解这两家公司的文化，那么这很可能会是一个巨大的成功。反之，如果对两方的了解都不透彻，合并的结果，也可能是一个灾难。

爱因斯坦（1879 年-1955 年）曾经成功地将狭义相对论与牛顿引力理论相结合建立了广义相对论。这是物理学的巨大飞跃。爱因斯坦能够这样成功是因为他对这两个领域的精通超过任何同时代的物理学家。因此，我总是建议我的学生至少同时掌握两门不同领域的知识，并努力将不同的科目结合起来。这个建议可能对其他学科也适用。

无论是在科学，文学或社会学，我们都需要有广博的知识，这样才能开拓新的课题。在大学里，我们学习的知识可能取决于每所大学的要求。好的学校，比如哈佛，会要求学生在学习许多不同领域的知识，打下良好的核心基础。哈佛大学的大部分学生不但学习刻苦，也经常互相交流，选修不同学科的课程。我有一位朋友的儿子，在哈佛大学读本科时主修埃及文学。我以为他会是一个学究。但他毕业一年后，开创了一间相当成功的高科技公司，由此可见通才教育成功的地方。

但是，当涉及到更具体的事情，大学教育还是不够的。我们需要进入研究生院深造，到公司实践学习，参加技能培训。无论身在何处，都有学习的机会。就我个人而言，我一生都在研究数学。但我也同时研究物理学，从我的博士后那里了解物理学前沿，并与他们一起工作。我的许多博士后拿的是物理学而非数学的博士学位。我选择物理学博士，是因为我需要向接受过物理学专业训练的年轻人学习。我觉得这一点很重要，我们不能仅仅学习了一门学科表面的东西，就以为自己掌握了这门学科。

如果没有足够的知识积累，很难找到合适的研究方向。

决 策

我们都知道，在我们的职业生涯中决策能力的重要性。这通常取决于许多因素，如个性、能力和外界的约束。为了选择我们的研究方向，我们需要权衡众多可能的影响因素：例如我们要考虑所需要的资源、可能产生的后果和团队的个性情感等等。我们在做研究或创业的时候，往往需要当机立断，这需要一种直觉。这种直觉需要建立在知识的基础之上，与朋友讨论有助于拓宽这些知识和澄清疑点。经过足够的磋商，饱读相关的材料，权衡不同的利弊，都能帮助我们作出最终的决定。但是最重要的因子来自以下的直觉：如何更好地实现在研究或生活中早已设立的长远目标。

屈原说：“亦余心之所善兮，虽九死其犹未悔。”有时候人们会为了短期的目标，而迷失了人生的终极目标。在这方面，道德教育发挥了极为重要的作用。我非常感谢我的太太，她总是提醒我要坚持自己的理想。我们不能放任自己，为了短期的收益而忘记了初始的目标。即使我们生活的目标是为了赚钱，也需要考虑到社会结构已经发展到了一个非常复杂的状态，没有人可以不依赖别人的帮助或者不去帮助别人而获得成功。就如高科技的专利权—政府的法律保护 and 企业的互相尊重同等重要。